

2ª Fase – Nível II

Aluno(a): _____

Escola: _____

Município: _____

01. Se $2^{2027} - 2^{2026} + 2^{2025} - 2^{2024} = k \cdot 2^{2024}$, qual é o valor de k ?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

02. Durante uma missão de reconhecimento, três ninjas da Vila Oculta da Folha, Shikamaru (S), Chôji (C) e Ino (I) receberam instruções específicas para montar um campo de observação triangular em uma região plana. Sabendo que a eficácia da missão depende da área a ser monitorada, os ninjas posicionaram-se, respectivamente, nos pontos estratégicos $S(2, 0)$, $C(0, 1)$ e $I(3, 2)$, em que as coordenadas estão em quilômetros.

Qual a área, em km^2 , do triângulo SCI , região a ser monitorada?

- A) 1,0
- B) 1,5
- C) 2,0
- D) 2,5
- E) 3,0

03. A adição abaixo apresenta quatro parcelas naturais de três dígitos, cuja soma é 3219, escritas no sistema de numeração decimal, em que as letras I, F, C, E representam algarismos diferentes de zero.

$$\begin{array}{r} \\ \hline 3 \end{array}$$

Qual é o valor numérico da soma dos dígitos $I + F + C + E$?

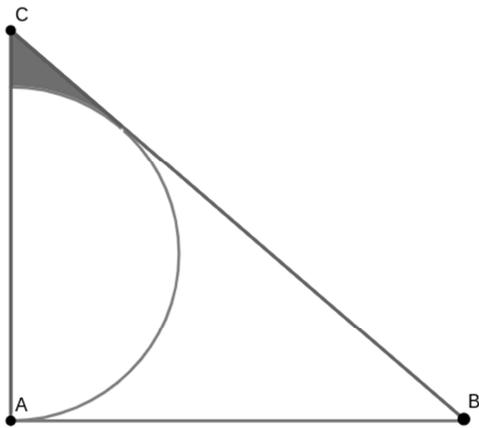
- A) 29
- B) 28
- C) 19
- D) 18
- E) 9

04. Marcam-se vários pontos distintos em um plano e traçam-se todos os segmentos determinados por esses pontos. Uma reta r não passa por nenhum desses pontos marcados e intersecta exatamente 42 dos segmentos que foram traçados.

No máximo, quantos segmentos traçados podem não estar intersectados por r ?

- A) 211
- B) 452
- C) 773
- D) 861
- E) 974

05. A figura abaixo representa um triângulo ABC , retângulo em A . Os lados \overline{AB} e \overline{AC} medem, em centímetros, $3+2\sqrt{3}$ e $2+\sqrt{3}$, respectivamente. Uma semicircunferência foi inscrita no triângulo a partir do vértice A de modo que o seu diâmetro está sobre o lado \overline{AC} , sendo tangente à hipotenusa.



Qual a área, em cm^2 , da região sombreada?

- A) $\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{3}$
- B) $\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{4}$
- C) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{4}$
- D) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$
- E) $\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$

06. Determinado número inteiro positivo x é tal que

$$\frac{x}{432} = 0,0\overline{a25},$$

em que a é um dígito e $0,0\overline{a25} = 0,0a25a25a25\dots$ é uma dízima periódica cujo período é $a25$.

Nessas condições, é correto afirmar que

- A) existe um único valor possível para x e ele é primo menor do que 45.
- B) existe um único valor possível para x e ele é composto menor do que 45.
- C) existem dois valores possíveis para x , sendo um primo e o outro composto.
- D) existe um único valor possível para x e ele é primo maior do que 45.
- E) existe um único valor possível para x e ele é composto maior do que 45.

07. Considere S o conjunto de todos os números inteiros n , para os quais a fração a seguir é também um número inteiro:

$$\frac{n^3 + 2n^2 + n + 62}{n^2 + 1}.$$

Quantos elementos tem o conjunto S ?

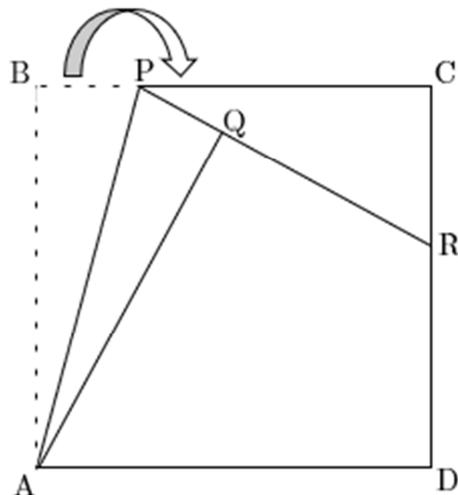
08. O professor Fernando deseja festejar seus 10 anos de magistério juntamente com alguns de seus 10 melhores amigos de profissão.

De quantas maneiras ele poderá convidar mais de um, mas não todos os dez melhores amigos para essa festa?

09. Pietro Paolo, gerente da renomada Pizzaria Mamma Mia, observou que, para cada 5 reais de desconto no preço da famosa pizza de pepperoni, as vendas aumentam em 25 pizzas. Atualmente, o preço da pizza de pepperoni é de 60 reais, e a pizzaria vende 160 pizzas desse sabor por dia. Sabe-se que o custo de produção de cada pizza é de 20 reais. Pietro quer determinar o desconto que deve oferecer para maximizar o lucro com a venda de toda a produção diária desse tipo de pizza.

Qual é o valor do desconto, em reais, que Pietro deve aplicar no preço da pizza de pepperoni para maximizar o lucro?

10. Fabiana confeccionou um quadrado $ABCD$ de 25 cm de lado, em cartolina, e marcou um ponto P no lado \overline{BC} . Ao dobrar a cartolina ao longo do segmento \overline{AP} , o ponto B determina o ponto Q , conforme mostra a figura a seguir, na qual a reta \overline{PQ} intersecta o lado \overline{CD} em R .



Qual é o perímetro, em centímetros, do triângulo PCR ?